

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Комитет по образованию Санкт-Петербурга
Администрация Курортного района Санкт-Петербурга
ГБОУ гимназия №433 Курортного района Санкт-Петербурга

РЕКОМЕНДОВАНО
Педагогическим советом
ГБОУ гимназии № 433
Курортного района Санкт-Петербурга
Протокол от 29.08.2023 № 1

УТВЕРЖДАЮ
Директор ГБОУ гимназии № 433
Курортного района Санкт-Петербурга
Е.М.Волкова
Приказ от 01.09.2023 № 60



Рабочая программа внеурочной деятельности

Алгебра ++: рациональные и иррациональные алгебраические задачи
(наименование курса внеурочной деятельности)

для 11 класса

Направление общеинтеллектуальное

Срок реализации программы 1 год

Ф.И.О. учителя Стасевич Александра Валерьевна

Санкт-Петербург

2023

Пояснительная записка

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Алгебра+: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» для 10-11 классов разработана в соответствии со следующими нормативно-правовыми документами:

- Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ (с изменениями и дополнениями на 2017 г);
- Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования
- "Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждениях" (утверждены Постановлением Главного государственного санитарного врача Российской Федерации)
- плана внеурочной деятельности ГБОУ гимназии №433 на 2023-2024 учебный год

Рабочая программа элективного курса «Алгебра+: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» для 10-11 классов составлена на основе авторской программы А.Н. Землякова элективного курса «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» М. «Бином. Лаборатория знаний» 2007 год, составитель А.Н. Земляков.

Курс «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» систематизирует и упорядочивает, закрепляет и углубляет знания, умения и навыки учащихся в области элементарной алгебры. Закрепление и углубление знаний учащихся, полученных в курсе алгебры основной школы, основывается на систематизации задач в соответствии с типами выражений, функций, фигурирующих в задачах (рациональных и иррациональных, алгебраических, тригонометрических, показательных, логарифмических) и, на методах решения задач (переход к следствиям, равносильные преобразования, методы замены и разложения, функциональные методы, геометрические интерпретация, графическая интерпретация).

Основной **целью** изучения курса является:

- систематизация и углубление знаний, закрепление и упрочнение умений, необходимых для продолжения образования в вузах с повышенными требованиями к математическому образованию выпускников средней школы;
- получение общего представления об элементарной алгебре и применяемых в ней методах как о составляющей всей математики как науки;
- развитие логической и методологической (в узком смысле) культуры, составляющей существенный компонент культуры мышления, рассматриваемый в рамках общей культуры;

- овладение общими приёмами организации действий: планированием, осуществлением плана, анализом и выражение результатов действий.

При изучении курса «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» перед учащимися ставятся следующие **задачи**:

- получение знаний об основных логических и содержательных типах алгебраических задач: уравнений, неравенств, систем, совокупностей с рациональными, иррациональными функциями/выражениями; овладение навыками соответствующих алгебраических преобразований выражений и логических преобразований алгебраических задач;
- овладение логическими, аналитическими, графическими методами решения алгебраических задач с изучаемыми классами выражений и функций; освоение методов решения и исследования вычислительных и логических задач с параметрами;
- получение конкретного представления о взаимосвязях высшей математики (арифметики, алгебры, математического анализа) с элементарной алгеброй на основе использования методов высшей математики при исследовании и решении алгебраических задач.

Место курса в учебном плане

Данная рабочая программа составлена для изучения алгебры и начал математического анализа по сборнику Алгебра+: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс: Учебное пособие / А.Н.Земляков. — М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

Весь материал рассчитан на изучение элективного курса (вместе с задачным тренингом) в течение 68 часов (уроков):

- В 10 классе на изучение отводится 34 часа (1 час в неделю).
- В 11 классе на изучение отводится 34 часа (1 час в неделю).

Требования к уровню подготовки обучающихся

Предметные знания. Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.

Общее понятие задачи с параметрами. Суждения существования и всеобщности, кванторы. Логические задачи с параметрами. Координатная интерпретация задач с параметрами.

Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Кратные корни. Число корней многочлена. Система и теорема Виета.

Элементы перечислительной комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений. Теоремы Виета для квадратичных и кубических многочленов (уравнений).

Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов, Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями. Неравенства с двумя переменными — координатная интерпретация. Метод областей.

Уравнения и системы с несколькими переменными. Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменными: подстановка, исключение переменных, замена, разложение, использование симметричности и ограниченности, оценок и монотонности. Системы с тремя переменными — основные методы.

Алгебраические задачи с параметрами. Основные методы решения и исследования: аналитический и координатный (метод «Оха»).

История алгебры как науки о выражениях и уравнениях (Кардано, Виет, Декарт, Ферма, Эйлер и др.).

Предметные умения, которыми должны овладеть обучающиеся по изучении данного курса:

умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);

умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными алгебраическими), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использования симметрии, однородности, оценок, монотонности;

умение понимать и правильно интерпретировать задачи с параметрами, логические и кванторные задачи; умение применять изученные методы исследования и решения задач с параметрами: аналитический и координатный.

Общеинтеллектуальные умения:

- умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

Общекультурные компетенции:

- понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Содержание программы учебного курса

10 класс

Тема 1. Логика алгебраических задач

- Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.
- Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.
- Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.
- Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.
- Алгебраические задачи с параметрами.
- Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
- Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения

- Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R, Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольцо многочленов.
- Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.
- Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.
- Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.
- Элементы перечислительной комбинаторики: перестановка, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.
- Квадратный трёхчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.
- Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трёхчлена.
- Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.
- Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.
- Графический анализ кубического уравнения $x^3 + Ax = B$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.
- Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.
- Линейная замена, основанная на симметрии.
- Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов. Схема разложения Феррари.

- Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
- Приёмы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства

- Представление о рациональных алгебраических выражениях.
- Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.
- Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.
- Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.
- Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.
- Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.
- Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

11 класс

Тема 4. Рациональные алгебраические системы

- Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.
- Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.
- Однородные системы уравнений с двумя переменными.
- Замена переменных в системах уравнений.
- Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-Гаусса о представлении симметричных многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).
- Система Виета и симметрические системы с двумя переменными.
- Метод разложения при решении систем уравнений.
- Методы оценок и итераций при решении систем уравнений.
- Оценка значений переменных.
- Сведение уравнений к системам.
- Системы с тремя переменными. Основные методы.
- Системы Виеты с тремя переменными.

Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи

- Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятие алгебраических и арифметических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.

- Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.
- Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.
- Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.
- Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.
- Освобождение от кубических радикалов.
- Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.
- Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений.
- Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).
- «Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.
- Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.
- Замена при решении иррациональных неравенств.
- Использование монотонности и оценок при решении неравенств.
- Уравнения с модулями. Раскрытие модулей – стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.
- Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.
- Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).
- Иррациональные алгебраические системы. Основные проблемы.
- Смешанные системы с двумя переменными.

Формы и средства контроля

Контрольная работа по теме «Рациональные алгебраические уравнения и неравенства».

Контрольная работа по теме «Рациональные алгебраические системы».

УМК и оборудование

Для реализации рабочей программы используется:

а) учебно-методический комплект учителя:

1. Программа «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи» М. «Бином. Лаборатория знаний» 2007 год, составитель А.Н. Земляков.
2. Учебное пособие «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс» / А.Н.Земляков.- М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
3. Методическое пособие «Элективный курс. А.Н. Земляков. АЛГЕБРА +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
4. Уравнения, содержащие знак модуля. / Е.Е.Калугина/-Илекса, Москва, 2012
5. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2017. Книга 1 учебно- методическое пособие/под редакцией Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Кулабухова.-Ростов –на-Дону: Легион, 2014.

б) учебно – методический комплект ученика:

1. Учебное пособие «Алгебра +: рациональные и иррациональные алгебраические задачи. Элективный курс» / А.Н.Земляков.- М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.
2. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2017. Книга 1 учебно-методическое пособие/под редакцией Ф.Ф.Лысенко, С.Ю.Кулабухова. —Ростов –на-Дону: Легион, 2014.
3. Алгебра и начала математического анализа: Учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений /С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. — М.: Просвещение, 2016.
4. Алгебра и начала математического анализа: Учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений /С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. — М.: Просвещение, 2016.
5. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы.10 класс: базовый и профильный уровни/М.К.Потапов, А.В.Шевкин. — М.:просвещение, 2012.
6. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы.11 класс: базовый и профильный уровни/М.К.Потапов, А.В.Шевкин. — М.:просвещение, 2012.

в) оборудование, электронные образовательные ресурсы:

1. Таблицы по алгебре и началам математического анализа (10—11 класс).
2. Компьютер.
3. Мультимедийный проектор.
4. Экран на штативе.

5. Комплект инструментов классных: линейка, транспортир, угольник (30° , 60°), угольник (45° , 45°), циркуль.
6. Интерактивное учебное пособие. Наглядная математика. Графики функций.
7. Интерактивное учебное пособие. Наглядная математика. Тригонометрические функции, уравнения и неравенства.
8. Виртуальная школа Кирилла и Мефодия. Уроки алгебры. 10 класс.

Перечень сайтов

- <http://www.prosv.ru> — сайт издательства «Просвещение» (рубрика «Математика»)
- <http://www.drofa.ru> — сайт издательства Дрофа (рубрика «Математика»)
- <http://www.center.fio.ru/som> — методические рекомендации учителю-предметнику (представлены все школьные предметы). Материалы для самостоятельной разработки профильных проб и активизации процесса обучения в старшей школе.
- <http://www.edu.ru> — Центральный образовательный портал, содержит нормативные документы Министерства, стандарты, информацию о проведении эксперимента, сервер информационной поддержки Единого государственного экзамена.
- <http://www.internet-school.ru> — сайт Интернет – школы издательства Просвещение. Учебный план разработан на основе федерального базисного учебного плана для общеобразовательных учреждений РФ и представляет область знаний «Математика». На сайте представлены Интернет-уроки по алгебре и началам математического анализа и геометрии, включают подготовку сдачи ЕГЭ.
- <http://www.legion.ru> — сайт издательства «Легион»
- <http://www.intellectcentre.ru> — сайт издательства «Интеллект-Центр», где можно найти учебно-тренировочные материалы, демонстрационные версии, банк тренировочных заданий с ответами, методические рекомендации и образцы решений
- <http://www.fipi.ru> — портал информационной поддержки ЕГЭ
- <http://geometry2006.narod.ru> — авторский сайт В.А.Смирнова, где можно найти рабочие тетради по выполнению заданий В4 и В9.
- <http://mathege.ru> — открытый банк заданий единого государственного экзамена по математике (ЕГЭ).

**Календарно-тематическое планирование. «Алгебра+: рациональные и
иррациональные алгебраические задачи»
10-11 класс. 1 час в неделю**

№	Содержание материала	№ пункта	Часы	Дата	
				план	факт
10 класс					
	Глава 1. Логика алгебраических задач § 1.1. Основные понятия: алгебраические задачи, решения, равносильность		6		
1	Алгебраические задачи как предложения с переменными. Равносильность и следование задач	1.1.1 1.1.2	1		
2	Равносильность уравнений и систем с одной переменной. Совокупности и системы алгебраических задач	1.1.3 1.1.4	1		
3	Следование уравнений с одной переменной. Неравенства с переменной и числовые неравенства	1.1.5 1.1.6	1		
	§ 1.2. Задачи с параметрами и логические алгебраические задачи				
4	Что такое задача с параметром. Логические задачи с параметрами	1.2.1 1.2.2	1		
5	Логические и кванторные формулировки задач с параметрами. Функционально-графическая интерпретация задач с параметрами	1.2.3 1.2.4	1		
6	Координатная интерпретация задач с параметрами. Тестирование по теме «Логика алгебраических задач»	1.2.5	1		

№	Содержание материала	№ пункта	Часы	Дата	
				план	факт
	Глава 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения § 2.1. Корни многочленов. Теорема Безу		21		
7	Числовые кольца и поля. Кольца многочленов. Корни многочленов и полиномиальных уравнений	2.1.1 2.1.2	1		
8	Деление многочленов на двучлен. Теорема Безу	2.1.3	1		
9	Алгоритмы деления на двучлен. Метод Руффини—Горнера	2.1.4	1		
10	Делимость многочлена на двучлен. Число корней многочлена	2.1.5	1		
11	Формулы сокращенного умножения	2.1.6	1		
12	Алгебраическое и функциональное равенство многочленов Задание многочлена его значениями. Многочлены Лагранжа	2.1.7 2.1.8	1		
	§ 2.2. Разложение многочленов. Теорема Виета и комбинаторика				
13	Полностью разложимые многочлены. Первые теоремы Виета. Решение систем Виета. Пример	2.2.1 2.2.2	1		
14	Комбинаторное отступление 1: перестановки ... Перестановки с повторениями и системы Виета	2.2.3 2.2.4	1		
15	Комбинаторное отступление 2: сочетания. Комбинаторное отступление 3: размещения	2.2.5 2.2.6	1		
16	Общие система и теорема Виета	2.2.7	1		
17	Формула Ньютона для степени бинома	2.2.8	1		
	§ 2.3. Уравнения низших степеней				

№	Содержание материала	№ пункта	Часы	Дата	
				план	факт
18	Линейная замена переменной в квадратном трёхчлене и многочленах	2.3.1 2.3.2	1		
19	Метод Руффини—Горнера и треугольник Паскаля	2.3.3	1		
20	Решение кубических уравнений	2.3.4	1		
21	Графическое исследование кубического уравнения	2.3.5	1		
22	Уравнения степени 4: схема Феррари	2.3.6	1		
	§2.4. Уравнения разных степеней. Методы упрощения				
23	Простейшие полиномиальные уравнения Линейные замены, основанные на симметрии	2.4.1 2.4.2	1		
24	Метод разложения. Поиск рациональных корней	2.4.3	1		
25	Применение теоремы о рациональных корнях к решению уравнений	2.4.4	1		
26	Применение теоремы о корнях к числовым задачам	2.4.5	1		
27	Разложение методом неопределенных коэффициентов. Контрольная работа по теме «Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения»	2.4.6	1		
	Глава 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства § 3.1. Рациональные алгебраические уравнения		7		
28	Рациональные алгебраические выражения и задачи. Метод замены	3.1.1 3.1.2	1		
29	Симметрические и кососимметрические уравнения	3.1.3	1		

№	Содержание материала	№ пункта	Часы	Дата	
				план	факт
	§ 3.2. Рациональные алгебраические неравенства				
30	Зачем бывает нужно решать неравенства? Простейшие рациональные неравенства	3.2.1 3.2.2	1		
31	Методы решения рациональных алгебраических неравенств	3.2.3	1		
32	Сведение к системам неравенств. Метод интервалов. Метод замены	3.2.4 3.2.5	1		
33	Метод замены. Контрольная работа по теме «Рациональные алгебраические уравнения и неравенства»	3.2.6	1		
34	Неравенства с двумя переменными. Метод областей	3.2.7. 3.2.8	1		
11 класс					
	Глава 4. Рациональные алгебраические системы. § 4.1. Уравнения с несколькими переменными		15		
1	Решение уравнений с двумя переменными	4.1.1	1		
2	Рациональные уравнения с двумя переменными	4.1.2	1		
3	Однородные уравнения с двумя переменными. О симметрических многочленах от двух переменных	4.1.3. 4.1.4	1		
	§ 4.2. Решение систем. Метод подстановки. Однородные системы				
4	Общий метод подстановки. Линейные подстановки	4.2.1 4.2.2	1		
5	Однородные системы	4.2.3.	1		
6	Исключение переменных. Равносильные линейные преобразования	4.2.4	1		

№	Содержание материала	№ пункта	Часы	Дата	
				план	факт
	§ 4.3. Решение систем: метод замены. Симметрические системы				
7	Метод замены	4.3.1	1		
8	Системы Виета	4.3.2	1		
9	Общие симметрические системы	4.3.3	1		
	§ 4.4. Решение систем: метод разложения. Частные методы и приёмы				
10	Решение систем методом разложения	4.4.1	1		
11	Примечательный пример. Поучительный пример	4.4.2 4.4.3	1		
12	Метод оценок. Метод итераций	4.4.4 4.4.5	1		
13	Сведение уравнений к системам. Оценка значений переменных	4.4.6 4.4.7	1		
	§ 4.5. Системы с тремя переменными				
14	Метод подстановки. Метод замены. Использование однородности	4.5.1 4.5.2	1		
15	Система Виета с тремя переменными. Симметрические системы. Метод разложения. Контрольная работа по теме «Рациональные алгебраические системы»	4.5.4 4.5.5	1		
	Глава 5. Иррациональные алгебраические задачи § 5.1. Уравнения с радикалами		19		
16	Иррациональные алгебраические выражения	5.1.1	1		
17	Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной	5.1.2	1		
18	Неэквивалентные преобразования с проверкой	5.1.3	1		
19	Метод эквивалентных преобразований	5.1.4	1		
20	Сведение уравнений к системам	5.1.5	1		

№	Содержание материала	№ пункта	Часы	Дата	
				план	факт
21	Освобождение от кубических радикалов	5.1.6	1		
22	Использование монотонности	5.1.7	1		
23	Использование однородности	5.1.8	1		
	§ 5.2. Неравенства с радикалами				
24	Почему неравенства с радикалами сложнее уравнений	5.2.1	1		
25	Эквивалентные преобразования неравенств	5.2.2	1		
26	Дробно-иррациональные неравенства	5.2.3	1		
27	Дробно-иррациональные неравенства	5.2.3	1		
28	Метод интервалов при решении иррациональных неравенств	5.2.4	1		
29	Замена при решении иррациональных неравенств	5.2.5	1		
30	Использование монотонности при решении неравенств	5.2.6	1		
31	Смешанные системы с двумя переменными	5.2.7	1		
	§ 5.3. Уравнения и неравенства с модулями				
32	Уравнения с модулями	5.3.1	1		
33	Неравенства с модулями. Комбинированные задачи с модулями	5.3.2 5.3.3	1		
34	Итоговое занятие		1		
	Итого		68		